



Analisis Kesulitan Belajar Mahasiswa Dalam Mempelajari Integral Permukaan Pada Mata Kuliah Kalkulus Vektor

Analysis of Students' Learning Difficulties in Studying Surface Integrals in Vector Calculus Course

Suci Dahlya Narpila¹, Zulkarnain², Dessy Wulandari³, Jia Maghfirah⁴

Universitas Islam Negeri Sumatera Utara

Email: sucidahlyanarpila@uinsu.ac.id

Article Info

Article history :

Received : 15-06-2025

Revised : 16-06-2025

Accepted : 18-06-2025

Published : 21-06-2025

Abstract

This study aims to analyze the learning difficulties experienced by students in understanding and solving surface integral problems in a Vector Calculus course. A descriptive qualitative approach with a case study design was employed, involving three fourth-semester students from the Mathematics Education Study Program at the State Islamic University of North Sumatra. Data were collected through written tests and semi-structured interviews, and analyzed using data reduction, data display, and conclusion drawing. The results indicate that students encountered two main types of difficulties: conceptual and procedural. Conceptual difficulties included misunderstandings of surface element computation, determination of the normal vector direction, and interpretation of parametric surfaces. Procedural difficulties were found in coordinate transformation, trigonometric integration techniques, and the determination of integration bounds. The study recommends the development of more interactive and conceptually driven instructional strategies, supported by error analysis and reflective feedback mechanisms.

Keywords: *surface integral, learning difficulties, vector calculus*

Abstrak

Penelitian ini bertujuan untuk menganalisis bentuk kesulitan belajar yang dialami mahasiswa dalam memahami dan menyelesaikan soal integral permukaan pada mata kuliah Kalkulus Vektor. Penelitian menggunakan pendekatan kualitatif deskriptif dengan desain studi kasus terhadap tiga mahasiswa semester IV Program Studi Pendidikan Matematika di Universitas Islam Negeri Sumatera Utara. Data dikumpulkan melalui tes tertulis dan wawancara semi-terstruktur, kemudian dianalisis melalui reduksi data, penyajian data, dan penarikan kesimpulan. Hasil penelitian menunjukkan bahwa mahasiswa mengalami dua bentuk utama kesulitan, yaitu kesulitan konseptual dan kesulitan prosedural. Kesulitan konseptual mencakup ketidakpahaman terhadap elemen luas permukaan, penentuan arah normal vektor, serta interpretasi permukaan parametrik. Sementara itu, kesulitan prosedural meliputi kesalahan dalam transformasi koordinat, teknik integrasi trigonometri, dan penentuan batas integral. Penelitian ini merekomendasikan pengembangan pendekatan pengajaran yang lebih interaktif dan konseptual dalam materi integral permukaan.

Kata kunci: *integral permukaan, kesulitan belajar, kalkulus vektor*

PENDAHULUAN

Dalam menghadapi dunia yang penuh persaingan dan tantangan saat ini diperlukan sumber daya manusia yang memiliki kemampuan tinggi dalam memecahkan berbagai persoalan yang dihadapi. Seseorang yang memiliki kemampuan tinggi harus dapat berpikir logis, rasional, kritis



dan kreatif. Kemampuan berpikir logis, rasional, kritis dan kreatif termasuk dalam kemampuan berfikir tingkat tinggi yang tidak dapat terjadi dengan sendirinya, melainkan diperoleh melalui proses pendidikan khususnya pendidikan matematika di sekolah.

Belajar merupakan suatu kebutuhan dasar yang harus diperoleh setiap orang. Belajar memegang peranan penting dalam menghadapi kehidupan, karena melalui belajar kita dapat memahami hal-hal yang berguna dalam kehidupan agar tidak mengalami kesulitan. Menurut (Danial, 2020) proses pembelajaran juga merupakan kegiatan utama dari kegiatan akademik yang sangat diperlukan. Sedangkan menurut Howard L.Kingskey dalam (Parnawi, 2019) mengatakan bahwa belajar merupakan proses untuk menghasilkan atau proses perubahan tingkah laku melalui praktek atau latihan. Menurut (Nurjannah et al., 2021) bahwa hal yang sangat penting yang perlu diperhatikan dalam proses pembelajaran adalah proses dan bukan semata-mata hasil akhir. Adapun tujuan pembelajaran adalah proses pencapaian perkembangan yang optimal, yaitu pada aspek kognitif, afektif, dan psikomotorik. Sehingga dapat disimpulkan bahwa tujuan pembelajaran adalah agar siswa ataupun mahasiswa dapat mencapai perkembangan yang optimal dalam ketiga aspek tersebut (Kustandi, 2020).

Perguruan tinggi sebagai lembaga pendidikan tinggi dalam proses belajar mengajarnya dikenal dengan istilah perkuliahan. Dalam proses perkuliahan, dosen berperan menyampaikan dan menjelaskan materi, agar dapat dipahami dan dikuasai oleh mahasiswa. Namun perlu disadari bahwa kemampuan setiap mahasiswa itu berbeda-beda. Hal itu dapat dilihat dari kemampuan mereka dalam menyelesaikan soal. Dari hasil penyelesaian soal tersebut dapat diketahui apakah mahasiswa itu mampu menyelesaikan soal dengan benar atau mereka melakukan kesalahan dalam menyelesaikan soal tersebut.

Kalkulus adalah cabang ilmu matematika yang mencakup limit, turunan, integral dan deret takhingga. Kalkulus merupakan ilmu dasar yang perlu dikuasai secara lebih luas dan mendalam oleh para mahasiswa, calon guru, atau calon ilmuwan. Dalam pedoman kurikulum program studi Pendidikan Matematika mata kuliah kalkulus dibagi menjadi kalkulus I, kalkulus II dan kalkulus lanjut. Dilihat dari porsi yang diberikan untuk mata kuliah kalkulus, memang kalkulus merupakan mata kuliah yang sangat penting dan harus dikuasai oleh mahasiswa, karena mata kuliah kalkulus sangat esensial sebagai mata kuliah prasyarat untuk mata kuliah selanjutnya, seperti Persamaan Differensial, Analisis Vektor, Analisis Numerik, Nilai Awal dan Syarat Batas.

Kalkulus memiliki kompleksitas intrinsik dan sering melibatkan proses penyelesaian yang tak terbatas. Oleh karena itu, seseorang akan mengalami kesulitan dan hambatan saat mempelajarinya dan akan melakukan banyak kesalahan saat memecahkan masalah kalkulus. Kesulitan belajar adalah suatu kondisi dimana mahasiswa tidak dapat belajar secara wajar, disebabkan karena ancaman, hambatan, ataupun gangguan dalam belajar [Djamarah, 2008]. Lerner (1981) berpendapat bahwa kesulitan belajar adalah istilah umum untuk berbagai jenis kesulitan dalam menyimak, berbicara, membaca, menulis, dan berhitung. Kondisi ini bukan karena kecacatan fisik atau mental, bukan juga karena faktor lingkungan, melainkan karena faktor kesulitan dari dalam individu itu sendiri saat mempersepsi dan melakukan pemrosesan informasi terhadap objek yang diinderainya.

Cresswell dan Speelman (2020) berpendapat bahwa, memahami matematika berarti menuntut keterampilan berpikir yang luas seperti: berpikir logis, analitis, kritis dan abstrak.



Selanjutnya kemampuan ini dapat berkontribusi dan diaplikasikan di lembaga pendidikan, pemerintah, dan perusahaan. Program Studi (PS) Pendidikan Matematika merupakan program studi yang menghasilkan guru matematika. Bidang kajian mata kuliah di PS Pendidikan Matematika diantaranya bidang kajian umum, matematika, matematika sekolah, pembelajaran matematika, ilmu pendidikan, penciri universitas dan penciri fakultas. Kelompok mata kuliah kalkulus merupakan mata kuliah pada bidang kajian matematika. Kalkulus merupakan cabang dari matematika yang penting untuk dipelajari karena banyak kegunaannya dalam kehidupan sehari-hari (Sulistyorini & Napfiah, 2019). Selain itu, kalkulus adalah mata kuliah dasar yang merupakan prasyarat untuk mata kuliah selanjutnya.

Kesalahan-kesalahan yang dilakukan oleh mahasiswa dalam menyelesaikan soal, bermula dari kesalahan-kesalahan ketika mereka duduk di bangku SMA. Kesalahan kesalahan yang dilakukan oleh mahasiswa sudah selayaknya untuk diidentifikasi, terutama pada soal yang persentase kesalahannya paling banyak. Hal ini menunjukkan bahwa soal tersebut adalah soal yang sulit atau materi tersebut sulit dikuasai oleh mahasiswa. Dengan mengetahui jenis kesalahan yang dilakukan oleh mahasiswa maka dapat dicari alternatif pemecahannya agar mahasiswa tidak melakukan kesalahan apabila menjumpai soal yang sejenis, sehingga diharapkan materi tersebut dapat dikuasai oleh mahasiswa.

METODE PENELITIAN

Penelitian ini menggunakan pendekatan kualitatif deskriptif dengan desain studi kasus. Pendekatan ini dipilih untuk memperoleh pemahaman yang mendalam mengenai bentuk dan penyebab kesulitan belajar mahasiswa dalam menyelesaikan soal-soal integral permukaan pada mata kuliah Kalkulus Vektor. Studi kasus dinilai tepat karena memungkinkan eksplorasi intensif terhadap fenomena spesifik pada subjek terbatas dalam konteks yang nyata (Creswell, 2015).

Subjek dalam penelitian ini adalah tiga orang mahasiswa semester IV Program Studi Pendidikan Matematika di Universitas Islam Negeri Sumatera Utara. Pemilihan subjek dilakukan secara purposive sampling berdasarkan kriteria kemampuan akademik yang bervariasi serta kesediaan untuk mengikuti proses wawancara lanjutan. Pendekatan ini digunakan untuk memastikan keberagaman data yang merepresentasikan beragam kesulitan yang dialami mahasiswa.

Teknik Pengumpulan Data

Data dikumpulkan melalui dua teknik utama, yaitu:

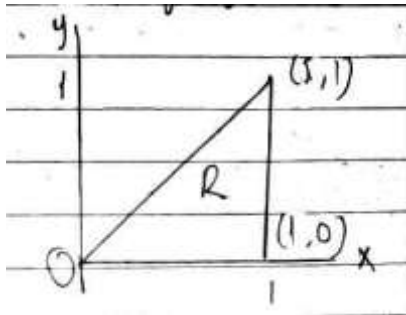
1. Tes tertulis, berupa tiga butir soal uraian tentang integral permukaan. Soal dirancang untuk menggali pemahaman konseptual dan kemampuan prosedural mahasiswa dalam menyelesaikan permasalahan matematis yang berhubungan dengan permukaan parametrik maupun eksplisit.
2. Wawancara semi-terstruktur, yang dilakukan setelah pelaksanaan tes. Wawancara bertujuan untuk mengungkap alasan di balik cara berpikir dan strategi penyelesaian yang digunakan mahasiswa, serta mengidentifikasi sumber-sumber kesulitan yang dihadapi selama pengerjaan soal.



Instrumen Penelitian

Instrumen dalam penelitian ini mencakup:

1. Lembar soal tes yang telah dibuat oleh peneliti untuk mahasiswa yaitu sebagai berikut:
 - a. Hitunglah $\iint_G (x^2 + yz) ds$ dengan G adalah bagian bidang $x - 2y + z = 4$ yang berada di atas segitiga R dengan!



- b. Hitung $\iint_S z ds$ dengan permukaan S diparametrisasi oleh $\vec{r}(u, v) = \sin u \cos v \vec{i} + \sin u \sin v \vec{j} + \cos u \vec{k}$ untuk $0 \leq u \leq \pi/2$ dan $0 \leq v \leq 2\pi$!
 - c. Hitunglah Fluks $F = xi + yj + zk$, yang menembus permukaan $z = 4 - x^2 - y^2$ yang terletak di atas bidang xy dengan arah normal ke atas!
 2. Panduan wawancara yang berisi daftar pertanyaan terbuka untuk menelusuri proses berpikir mahasiswa secara mendalam.

Teknik Analisis Data

Analisis data dilakukan melalui langkah-langkah berikut:

1. Reduksi data: Menyaring dan memilah informasi penting dari hasil tes dan transkrip wawancara.
2. Penyajian data: Menyusun data dalam bentuk narasi deskriptif dan tabel yang mengelompokkan jenis kesalahan mahasiswa.
3. Penarikan kesimpulan: Menginterpretasikan pola kesalahan serta menentukan faktor penyebabnya berdasarkan triangulasi data.

Uji Keabsahan Data

Keabsahan data diuji melalui triangulasi teknik, yaitu membandingkan hasil dari tes tertulis dan wawancara. Selain itu, dilakukan member checking, yakni mengonfirmasi hasil analisis kepada subjek penelitian guna memastikan kebenaran data yang diperoleh dan meningkatkan kredibilitas hasil temuan (Moleong, 2017).

Peran Peneliti

Dalam penelitian ini, peneliti berperan sebagai instrumen utama yang terlibat langsung dalam proses pengumpulan, analisis, dan interpretasi data. Peneliti menjaga objektivitas dengan



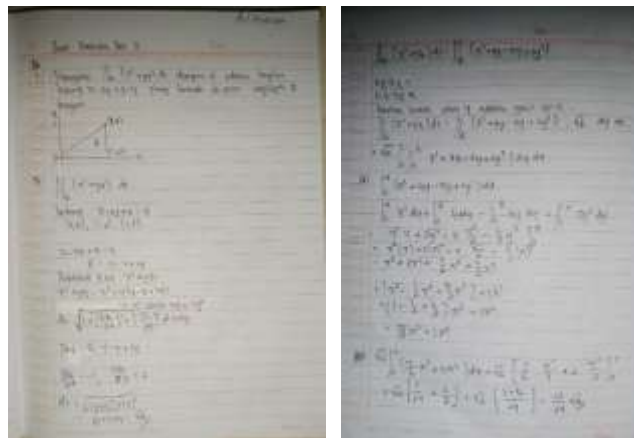
mendokumentasikan proses kerja secara sistematis serta melakukan refleksi selama pengumpulan data berlangsung.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Bagian ini menyajikan hasil analisis terhadap pekerjaan mahasiswa dalam menyelesaikan tiga soal integral permukaan yang mencakup bidang miring, permukaan parametrik, dan fluks medan vektor. Data diperoleh dari hasil tes dan wawancara mendalam terhadap tiga mahasiswa semester IV Program Studi Pendidikan Matematika di Universitas Islam Negeri Sumatera Utara. Analisis dilakukan berdasarkan dua aspek: (1) pemahaman konseptual terhadap bentuk dan sifat permukaan; dan (2) penerapan prosedural dalam menyusun serta menyelesaikan integral permukaan.

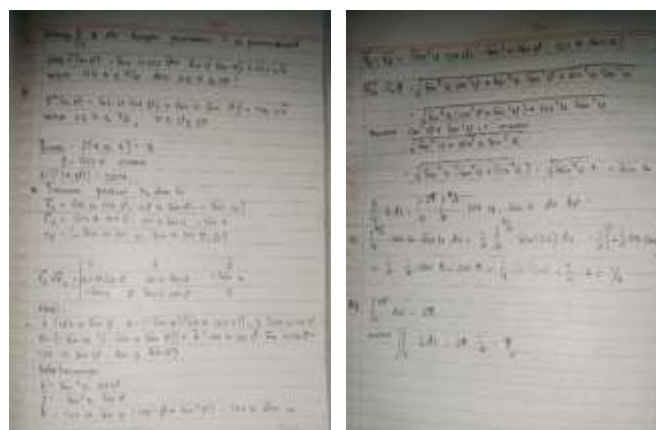
Mahasiswa pertama :

Soal 1: Integral Permukaan pada Bidang Miring



Mahasiswa pertama dapat menyusun bentuk umum integral permukaan dengan benar. Hal ini menunjukkan bahwa mahasiswa memahami bahwa luas elemen permukaan tidak sama dengan proyeksi pada bidang xy , tetapi bergantung pada orientasi bidang. Ia menentukan batas integral berdasarkan segitiga proyeksi di bidang xy secara tepat. Hasil integral yang diperoleh sesuai dengan nilai yang benar. Berdasarkan wawancara, mahasiswa menyatakan bahwa pemahamannya diperoleh karena telah sering berlatih dengan bentuk soal bidang datar dalam pembelajaran sebelumnya.

Soal 2 : Permukaan Parametrik Trigonometri





Pada soal kedua, yang mengharuskan mahasiswa menggunakan parameter permukaan bola setengah atas melalui fungsi trigonometri, mahasiswa dapat menurunkan vektor normal dari hasil cross product turunan parsial terhadap u dan v . Meskipun terdapat sedikit keraguan dalam menentukan batas integral dan integrasi fungsi sinus, mahasiswa tetap mampu menyelesaikan integral dengan mendekati hasil yang tepat. Hal ini menunjukkan bahwa mahasiswa memahami bentuk parametrik permukaan, tetapi masih perlu penguatan pada aspek teknik integrasi trigonometri.

Soal 3 : Fluks Medan Vektor pada Permukaan Paraboloid

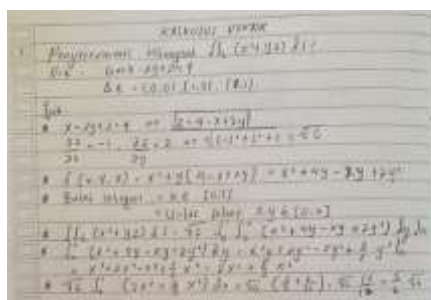


Dari jawaban mahasiswa pada soal ketiga menunjukkan bahwa jawaban mahasiswa sudah tepat. Mahasiswa menunjukkan pemahaman yang baik terhadap konsep integral dan mampu menerapkan dengan benar ia menurunkan normal vektor dari gradien permukaan dan menyusun elemen luas dengan benar. Integrasi terhadap r dan θ dilakukan dengan benar, menghasilkan nilai fluks yang sesuai. Mahasiswa menjelaskan bahwa soal ini lebih mudah baginya karena ia sudah terbiasa dengan transformasi ke koordinat polar dari mata kuliah sebelumnya.

Mahasiswa ini menunjukkan kemampuan yang tinggi dalam mengaitkan representasi geometri dengan ekspresi matematisnya. Pemahaman konsep integral permukaan dan fluks sudah matang, meskipun pada aspek teknis masih dijumpai sedikit kesalahan dalam pengaturan batas dan substitusi fungsi trigonometri. Ia juga menunjukkan kemampuan refleksi yang baik saat melakukan koreksi berdasarkan diskusi wawancara.

Mahasiswa kedua :

Soal 1: Integral Permukaan pada Bidang Miring



Dari jawaban mahasiswa pada soal pertama menunjukkan bahwa jawaban mahasiswa masih kurang tepat. mahasiswa menunjukkan kekeliruan dalam menentukan vektor normal dan luas



elemen permukaan. Meskipun konsep dasar integral permukaan telah dipahami, kesalahan terjadi pada substitusi nilai gradien bidang ke dalam rumus elemen luas, yang berdampak pada ketidaktepatan hasil akhir. Hal ini mengindikasikan bahwa mahasiswa belum sepenuhnya menguasai konsep diferensiasi vektor dan penggunaannya dalam elemen luas. Konsep integral sudah benar tetapi ada kesilapan yang dilakukan mahasiswa pada pengintegralan kedua sehingga membuat jawaban akhir salah.

Soal 2 : Permukaan Parametrik Trigonometri

2. *Jawab:*
Dik: $r(u,v) = \cos u \cos v \mathbf{i} + \sin u \cos v \mathbf{j} + \sin v \mathbf{k}$
 $0 \leq u \leq \pi, 0 \leq v \leq \frac{\pi}{2}$
Dit: $\iint_S dS$
Jawab: $r_u = -\sin u \cos v \mathbf{i} + \cos u \cos v \mathbf{j}$ and $r_v = -\cos u \sin v \mathbf{i} + \sin u \sin v \mathbf{j} + \cos v \mathbf{k}$
Maka: $r_u \times r_v = \begin{vmatrix} -\sin u \cos v & \cos u \cos v & 0 \\ -\cos u \sin v & \sin u \sin v & \cos v \end{vmatrix} = \cos v (\cos^2 u \mathbf{i} + \sin^2 u \mathbf{j} + \mathbf{k})$
 $|r_u \times r_v| = \cos v \sqrt{\cos^2 u + \sin^2 u + 1} = \cos v \sqrt{2}$
Maka: $\iint_S dS = \int_0^{\pi} \int_0^{\pi/2} \sqrt{2} \cos v \, dv \, du = \sqrt{2} \int_0^{\pi} [\sin v]_0^{\pi/2} \, du = \sqrt{2} \int_0^{\pi} 1 \, du = \sqrt{2} \pi$

Dari jawaban mahasiswa pada soal kedua menunjukkan bahwa jawaban mahasiswa sudah tepat. Ia mampu memodelkan permukaan parametrik dan menentukan batas integral yang sesuai. Proses pengintegralan dilakukan dengan metode substitusi trigonometri, walaupun pada awalnya terdapat kebingungan dalam menentukan urutan integrasi. Dengan bantuan wawancara reflektif, mahasiswa mengakui keraguan tersebut dan menunjukkan peningkatan pemahaman.

Soal 3 : Fluks Medan Vektor pada Permukaan Paraboloid

3. *Jawab:*
Dik: $F = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k}$
 $z = x^2 + y^2$
Dit: $\iint_S F \cdot n \, dS$
Jawab: $n = -2x\mathbf{i} - 2y\mathbf{j} + \mathbf{k}$
 $|n| = \sqrt{4x^2 + 4y^2 + 1}$
Maka: $\iint_S F \cdot n \, dS = \int_0^1 \int_0^1 (x^2 - 2xy + y^2 + z) \sqrt{4x^2 + 4y^2 + 1} \, dy \, dx$
 $= \int_0^1 \int_0^1 (x^2 - 2xy + y^2 + x^2 + y^2) \sqrt{4x^2 + 4y^2 + 1} \, dy \, dx$
 $= \int_0^1 \int_0^1 (2x^2 - 2xy + 2y^2) \sqrt{4x^2 + 4y^2 + 1} \, dy \, dx$
 $= \int_0^1 \int_0^1 2(x^2 - xy + y^2) \sqrt{4x^2 + 4y^2 + 1} \, dy \, dx$
 $= \int_0^1 \int_0^1 2(x^2 - xy + y^2) \sqrt{4x^2 + 4y^2 + 1} \, dy \, dx$
 $= \int_0^1 \int_0^1 2(x^2 - xy + y^2) \sqrt{4x^2 + 4y^2 + 1} \, dy \, dx$

Soal ketiga berhasil diselesaikan dengan baik oleh mahasiswa kedua. Ia mampu mengenali bentuk vektor medan dan permukaan paraboloid, serta memilih pendekatan koordinat polar yang sesuai untuk menyederhanakan integral. Jawaban yang diperoleh sudah tepat dan menunjukkan bahwa mahasiswa memahami bagaimana fluks vektor ditentukan melalui integral permukaan.

Mahasiswa ini memiliki pemahaman cukup baik secara konseptual, namun cenderung kurang cermat dalam aspek teknis dan mekanik. Kesalahan yang dilakukan lebih banyak berupa prosedural dan simbolik, bukan pemahaman dasar. Meskipun demikian, kemampuan koreksi diri menunjukkan adanya kesadaran reflektif yang baik.

Mahasiswa ketiga :

Soal 1: Integral Permukaan pada Bidang Miring



Pada soal pertama, mahasiswa mengalami kesulitan dalam menentukan vektor normal terhadap permukaan bidang. Ia menggunakan pendekatan koordinat secara langsung tanpa mengkaji orientasi vektor, yang menyebabkan hasil integral tidak sesuai. Meskipun pendekatan logika yang digunakan cukup sistematis, kurangnya ketelitian dalam diferensiasi membuat hasil akhir menjadi salah. Ia menggunakan pendekatan langsung tanpa diferensiasi terhadap fungsi bidang. Ini menyebabkan elemen luas salah dan hasil integral tidak akurat. Ia menyatakan bahwa ia memahami bentuk bidang, tetapi tidak yakin bagaimana menentukan orientasi permukaan.

Soal 2 : Permukaan Parametrik Trigonometri

Mahasiswa menuliskan bentuk parameter dengan benar dan mampu menghitung vektor normal dari cross product. Akan tetapi, saat substitusi ke integral, ia mengalami kebingungan dalam penggunaan batas integral antara uuu dan vvv , serta penggunaan nilai trigonometri. Ia mengakui bahwa bagian ini membingungkan karena kurangnya latihan menggunakan radian dalam perhitungan integral. Meski sempat salah, ia mampu memahami dan memperbaiki jawabannya setelah berdiskusi.

Soal 3 : Fluks Medan Vektor pada Permukaan Paraboloid

Mahasiswa menggunakan koordinat polar dan menyusun integral fluks dengan benar. Ia menghitung vektor normal dan luas elemen permukaan dengan tepat. Hasil integrasi sesuai dengan nilai yang benar. Ia mengatakan bahwa ia lebih memahami bentuk grafik dari pada parametrik karena lebih mudah divisualisasikan.



Mahasiswa ketiga memiliki pemahaman cukup terhadap konsep, namun kurang terampil dalam mentransformasikan konsep tersebut ke dalam bentuk integral secara simbolik. Kesalahan utamanya bersumber dari keterbatasan dalam representasi vektor dan kerumitan dalam substitusi integral trigonometri. Namun, ia juga menunjukkan adanya potensi belajar lanjut melalui kesediaan untuk memperbaiki dan berdiskusi secara terbuka.

Secara umum, hasil penelitian ini menunjukkan bahwa kesulitan mahasiswa dalam mempelajari integral permukaan mencakup dua aspek utama: (1) miskonsepsi konseptual, seperti pemahaman terhadap elemen luas, normal vektor, dan orientasi permukaan; serta (2) kesalahan prosedural, seperti ketidaktepatan dalam substitusi, integrasi fungsi trigonometri, dan pemilihan sistem koordinat.

Temuan ini sejalan dengan hasil penelitian sebelumnya oleh Hidayah et al. (2021) dan Monariska (2019), yang menyatakan bahwa hambatan belajar pada mata kuliah kalkulus lanjut umumnya terjadi karena lemahnya koneksi antara representasi geometri permukaan dengan prosedur komputasi integral. Selain itu, Cresswell dan Speelman (2020) menekankan bahwa pemahaman matematis yang baik membutuhkan kemampuan berpikir abstrak, logis, dan reflektif kemampuan yang dalam penelitian ini hanya tampak kuat pada sebagian subjek.

Implikasi dari temuan ini menunjukkan bahwa pembelajaran integral permukaan perlu diarahkan pada penguatan pemahaman konseptual secara visual-geometris, pelatihan teknik transformasi koordinat, serta pembiasaan terhadap integrasi multivariabel yang melibatkan fungsi kompleks seperti sinus dan kosinus.

KESIMPULAN

Berdasarkan hasil analisis terhadap pekerjaan tiga mahasiswa dalam menyelesaikan soal integral permukaan pada mata kuliah Kalkulus Vektor, dapat disimpulkan bahwa terdapat dua bentuk utama kesulitan yang dialami mahasiswa, yaitu kesulitan konseptual dan kesulitan prosedural. Kesulitan konseptual mencakup miskonsepsi terhadap elemen luas permukaan, kesalahan dalam menentukan vektor normal, serta pemahaman yang belum utuh terhadap orientasi permukaan dan bentuk parametrik. Hal ini terlihat dari ketidaktepatan mahasiswa dalam menyusun rumus luas permukaan atau dalam memilih pendekatan integral yang sesuai dengan jenis permukaan yang dimaksud.

Kesulitan prosedural meliputi kesalahan dalam proses transformasi koordinat, penggunaan teknik integrasi trigonometri, serta kekeliruan dalam mengatur batas integral. Mahasiswa seringkali dapat mengidentifikasi konsep secara umum, namun gagal dalam menyusun bentuk matematis secara rinci dan benar. Kesalahan ini umumnya terjadi akibat kelemahan dalam keterampilan manipulasi aljabar dan integrasi fungsi kompleks. Meskipun demikian, beberapa mahasiswa menunjukkan kemampuan reflektif yang baik, ditandai dengan kesediaan memperbaiki kesalahan setelah proses klarifikasi melalui wawancara. Hal ini mengindikasikan bahwa pemberian umpan balik dan pembelajaran berbasis diskusi memiliki potensi dalam memperkuat pemahaman mahasiswa.

Dengan demikian, pembelajaran integral permukaan pada mata kuliah Kalkulus Vektor sebaiknya diarahkan tidak hanya pada prosedur mekanis penyelesaian soal, tetapi juga pada penguatan representasi visual-geometris, penguasaan teknik parametrik dan transformasi koordinat,



serta latihan integrasi multivariabel dalam konteks yang bermakna. Diperlukan pula pendekatan diagnostik dan remedial berbasis kesalahan untuk membantu mahasiswa membangun pemahaman yang lebih konseptual dan terstruktur.

DAFTAR PUSTAKA

- Anisa, T. W. (2018). Pengembangan Bahan Ajar Mata Kuliah Kalkulus Vektor untuk Meningkatkan Kemampuan Berpikir Kritis Matematis. *JRPM (Jurnal Review Pembelajaran Matematika)*, 3(2), 102-113.
- Apriandi, D., & Krisdiana, I. (2016). Analisis kesulitan mahasiswa dalam memahami materi integral lipat dua pada koordinat polar mata kuliah kalkulus lanjut. *Al-Jabar: Jurnal Pendidikan Matematika*, 7(2), 123-134.
- Creswell, J. W. (2015). *Educational Research: Planning, Conducting, and Evaluating Quantitative and Qualitative Research* (5th ed.). Boston, MA: Pearson Education.
- Hidayah, N., Danial, D., & Takdir, T. (2021). Diagnostik Kesulitan Belajar Mahasiswa Pada Mata Kuliah Kalkulus Program Studi Tadris Matematika IAIM Sinjai. *JTMT: Journal Tadris Matematika*, 2(2), 31-39.
- Moleong, L. J. (2017). *Metodologi Penelitian Kualitatif* (Edisi Revisi). Bandung: PT Remaja Rosdakarya.
- Monariska, E. (2019). Analisis kesulitan belajar mahasiswa pada materi integral. *Jurnal Analisa*, 5(1), 9-19.
- Mutakin, T. Z. (2015). Analisis kesulitan belajar kalkulus 1 mahasiswa teknik informatika. *Formatif: Jurnal Ilmiah Pendidikan MIPA*, 3(1).
- Takaendengan, B. R., Asriadi, A., & Takaendengan, W. (2022). Analisis Kesulitan Belajar Mahasiswa pada Mata Kuliah Kalkulus Lanjut. *Sepren*, 3(2), 67-75.