



## **Analisis Kesulitan Belajar Mahasiswa Dalam Mempelajari Teorema Green : Teorema Green, Aplikasi Teorema Green : Fluks Dari Medan Vektor, Bentuk Vektor Dari Teorema Green Dan Aplikasi Teorema Green : Rotasi/ Sirkulasi Dari Medan Vektor**

### *Analysis of Students' Learning Difficulties in Learning Green's Theorem: Green's Theorem, Application of Green's Theorem: Flux from Vector Fields, Vector Forms from Green's Theorem and Application of Green's Theorem: Rotation/ Circulation from Vector Fields*

**Eky Salsabillah<sup>1</sup>, Farid Fadillah<sup>2</sup>, Zahra Maulida Rasyida<sup>3</sup>**

Universitas Islam Negeri Sumatera Utara

E-mail: eki0305232047@uinsu.ac.id<sup>1</sup>, farid0305232038@uinsu.ac.id<sup>2</sup>, zahra0305232035@uinsu.ac.id<sup>3</sup>

#### **Article Info**

##### Article history :

Received : 17-06-2025

Revised : 18-06-2025

Accepted : 20-06-2025

Published : 23-06-2025

#### **Abstract**

*Understanding Green's Theorem is a cornerstone of vector calculus, yet students often face both conceptual and technical challenges in its application. This study aims to explore undergraduate students' learning difficulties with Green's Theorem topics specifically, calculating vector field flux, formulating the vector form of line integrals, and interpreting field rotation (circulation). Employing a qualitative-descriptive approach, data were gathered via open-ended questionnaires and in-depth interviews with three students who completed related practice problems. The analysis revealed that one student struggled with curve parameterization prior to evaluating the line integral, whereas the other two reported no significant issues in either procedural computation or grasping flux and circulation concepts. These findings underscore the need for enhanced curve visualization and geometric interpretation discussions in the classroom, ensuring that students internalize the theorem's essence rather than merely executing mechanical steps. Recommendations include integrating graphical software tools for curve parameterization and structured small-group discussions to deepen conceptual understanding.*

**Keywords:** *Green's Theorem; Learning Difficulties; Curve Parameterization*

#### **Abstrak**

Pemahaman Teorema Green merupakan fondasi penting dalam kalkulus vektor, namun dalam praktiknya mahasiswa sering menghadapi kendala konseptual dan teknis. Penelitian ini bertujuan mengidentifikasi kesulitan belajar mahasiswa pada materi Teorema Green dan aplikasinya termasuk perhitungan fluks medan vektor, penyusunan bentuk vektor integral garis, serta interpretasi rotasi atau sirkulasi medan vektor. Dengan pendekatan kualitatif-deskriptif, data dikumpulkan melalui kuesioner terbuka dan wawancara mendalam pada tiga mahasiswa yang telah mengerjakan soal latihan. Hasil analisis menunjukkan bahwa satu mahasiswa mengalami kebingungan dalam menentukan parameter kurva sebelum memasukkan ke dalam integral garis, sementara dua mahasiswa lainnya melaporkan tidak memiliki kendala berarti pada prosedur perhitungan maupun pemahaman konsep fluks dan sirkulasi. Temuan ini menegaskan pentingnya penguatan visualisasi kurva dan diskusi makna geometris di kelas agar semua mahasiswa dapat memahami esensi Teorema Green, tidak hanya mengikuti langkah mekanik. Rekomendasi meliputi penggunaan perangkat lunak grafik untuk parameterisasi kurva dan penerapan kelompok diskusi kecil untuk memperkaya pemahaman konseptual.

**Kata Kunci:** Teorema Green; Kesulitan Belajar; Parameterisasi Kurva



## LATAR BELAKANG

Pemahaman yang mendalam tentang Teorema Green dan aplikasinya dalam perhitungan fluks dan sirkulasi memiliki dampak yang signifikan terhadap pengajaran dan pembelajaran. Studi menunjukkan bahwa mahasiswa yang mencoba memahami dan menerapkan Teorema Green menghadapi berbagai tantangan, mulai dari aspek parametrisasi hingga pemahaman konseptual (Monariska, 2019; Zahroh et al., 2022; Silvia et al., 2020). Kesulitan ini sering kali disebabkan oleh kombinasi pengetahuan dasar yang tidak memadai dalam analisis dan bidang matematika dasar lainnya seperti aljabar dan geometri analitik (Azizah et al., 2021; .

Studi yang lebih rinci menunjukkan bahwa masalah yang muncul antara fluks dan sirkulasi juga berbeda. Mahasiswa dapat mengalami kesulitan memahami konsep fluks karena berbagai alasan, misalnya saat menyelesaikan integral untuk berbagai bentuk medan vektor dan memahami relevansi permukaan (Utari & Utami, 2019; , (Silvia et al., 2020; . Sirkulasi, di sisi lain, mungkin lebih mudah dipahami, tetapi mahasiswa tetap kesulitan menerapkan prinsip tersebut dalam situasi praktis (Zahroh et al., 2022), (Azizah et al., 2021;). Kesulitan ini menunjukkan perbedaan mendasar dalam cara mahasiswa merespons dan memahami konsep-konsep tersebut.

Untuk meningkatkan metode pengajaran, sangat penting untuk mengidentifikasi kesulitan utama yang dihadapi siswa saat mempelajari Teorema Green. Pertanyaan-pertanyaan berikut perlu dijawab: (1) Apa saja kesulitan utama yang dihadapi siswa saat mempelajari Teorema Green? (2) Apakah ada perbedaan kesulitan antara konsep fluks dan sirkulasi?

Analisis mendalam bertujuan untuk mengidentifikasi pola yang sesuai dengan kebutuhan pendidikan matematika siswa dan membantu guru mengembangkan materi yang lebih efektif (Monariska, 2019), (Silvia et al., 2020; , (Azizah et al., 2021; .

Studi ini bertujuan untuk menjelaskan kesulitan yang dihadapi siswa dalam parametrisasi, metode perhitungan, dan pemahaman konseptual dari Teorema Green. Mengidentifikasi dan menganalisis hambatan pemahaman memberikan informasi berharga bagi guru untuk mengembangkan strategi pengajaran yang lebih efektif (Azizah et al., 2021; , (Silvia et al., 2020; . Pemahaman yang mendalam tentang kesulitan ini dapat membantu siswa mengatasi masalah belajar dengan lebih mudah dan meningkatkan kemampuan mereka dalam menangani konten yang kompleks (Monariska, 2019).

Hasil penelitian ini diharapkan dapat memberikan wawasan penting bagi guru dalam merancang kegiatan dan strategi pembelajaran. Penelitian ini juga dapat menjadi referensi untuk mengembangkan program pengajaran yang disesuaikan dengan kebutuhan belajar siswa. Dengan mengetahui kesulitan spesifik yang dihadapi, guru dapat menerapkan metode pembelajaran yang lebih terarah dan berbasis bukti (Zahroh et al., 2022), (Azizah et al., 2021; .

## METODE PENELITIAN

### Jenis Penelitian

Pendekatan penelitian ini bersifat kualitatif dan deskriptif, dengan fokus pada pemahaman mendalam dan analisis terperinci tentang kesulitan yang dihadapi siswa, bukan pada generalisasi kuantitatif (Abdy et al., 2019; , (Azizah et al., 2021; . Jenis penelitian ini memungkinkan penyelidikan konteks spesifik dan menyoroti nuansa dalam interaksi siswa dengan materi pelajaran.



## Subjek Penelitian

Tiga siswa yang telah menyelesaikan latihan kalimat Green menjadi objek penelitian ini untuk mendapatkan pemahaman yang lebih mendalam tentang persepsi dan pengalaman belajar mereka. Melalui wawancara mendalam dan pengisian kuesioner, para peneliti berharap dapat mengeksplorasi pengalaman dan kesulitan yang dialami setiap objek penelitian (Sungkono & Wulandari, 2022; Monariska, 2019).

## Instrumen

Alat yang digunakan dalam studi ini adalah kuesioner terbuka dengan pertanyaan berikut: “Apakah Anda mengalami kesulitan saat belajar/mengerjakan latihan Green?” Selain itu, wawancara video dilakukan untuk mengeksplorasi jawaban singkat responden secara lebih mendalam. Proses ini memungkinkan pengumpulan informasi yang lebih komprehensif tentang pengalaman mereka (Mutia, 2019), (Silvia et al., 2020; .

## Prosedur Pengumpulan Data

Kuesioner didistribusikan secara online kepada responden, diikuti dengan wawancara video selama 15 hingga 20 menit. Tujuannya adalah untuk mengumpulkan data yang akurat dan langsung dari mahasiswa tentang pengalaman dan kesulitan mereka (Tonra, 2021; , (Azizah et al., 2021; . Data ini kemudian digunakan untuk analisis mendalam berdasarkan topik yang relevan.

## TEKNIK ANALISIS DATA

Dengan menggunakan analisis tematik, jawaban dikelompokkan berdasarkan topik seperti parameterisasi, metode integral, dan pemahaman konseptual. Pendekatan ini memungkinkan pemahaman yang lebih baik tentang jenis kesulitan yang dihadapi mahasiswa dan bagaimana hal ini dapat diatasi dalam konteks pembelajaran (Monariska, 2019), Sandi et al., 2018;.

## HASIL

Tabel 1. Representasi Hasil

Kategori Kesulitan	Jumlah Mahasiswa Mengalami	Keterangan Singkat
Parameterisasi Kurva	1	Mahasiswa 1 masih bingung menentukan parameter $c_1, c_2, c_3$ sebelum integral garis.
Pemahaman Prosedural	0	Semua mahasiswa (1–3) sudah mengikuti prosedur perhitungan tanpa masalah.
Pemahaman Konsep Fluks	0	Tidak ada yang melaporkan kesulitan mengeksplorasi makna “jumlah garis yang menembus area.”
Pemahaman Konsep Sirkulasi	0	Tidak ada yang merasa kesulitan menginterpretasi “rotasi/sirkulasi sepanjang kurva.”



## PEMBAHASAN

### Parameterisasi Kurva

Parameterisasi kurva memainkan peran penting dalam penerapan teorema Green. Misalnya, kurva segitiga dapat diparametrisasi menjadi tiga segmen:

$$c_1 : (0, 0) \rightarrow (0, 1), \quad c_2 : (0, 1) \rightarrow (1, 0), \quad c_3 : (1, 0) \rightarrow (0, 0)$$

Mahasiswa sering kesulitan memahami langkah demi langkah bagaimana setiap segmen berkontribusi dalam perhitungan integral garis dalam Teorema Green. Gambaran grafis segmen-segmen ini memudahkan pemahaman, tetapi dalam praktiknya sering terjadi kesalahpahaman (Monariska, 2019), (Zahroh et al., 2022), (Azizah et al., 2021);.

Pertama-tama, mahasiswa harus mengidentifikasi batas setiap segmen kurva dan menggambarannya secara grafis untuk memahami bagaimana setiap segmen berinteraksi dengan luas yang mendasarinya. Pemahaman tentang parameterisasi memungkinkan mahasiswa menganalisis integral yang harus diselesaikan dengan lebih mudah (Novita & Hamimi, 2024; , (Azizah et al., 2021; , (Sandi et al., 2018)

### Aplikasi Teorema Green: Fluks

Rumus umum untuk penerapan Teorema Green dalam perhitungan fluks adalah sebagai berikut:

$$\oint_C (L dx + M dy) = \iint_R \left( \frac{\partial M}{\partial x} - \frac{\partial L}{\partial y} \right) dA$$

Pembahasan tentang fluks dalam bidang vektor ( $F = (P, Q)$ ) menjadi penting ketika siswa mencoba menghubungkan jumlah garis bidang yang memotong bidang tertentu. Siswa harus memahami bahwa fluks adalah ukuran jumlah bidang vektor yang “melintasi” bidang tertentu. Hal ini juga mencakup pemahaman tentang bagaimana konfigurasi bidang vektor memengaruhi hasil akhir integral (Monariska, 2019), (Silvia et al., 2020; , (Azizah et al., 2021; .

Pemahaman yang baik tentang konsep fluks membantu siswa memecahkan masalah di mana mereka harus menghitung integral ganda yang muncul dalam perhitungan fluks. Dengan menerapkan prinsip-prinsip kalkulus infinitesimal, siswa dapat melakukan integrasi berdasarkan nilai-nilai yang diberikan dalam teorema (Sandi et al., 2018; , (Gunawan & ‘Adna, 2021; .

### Bentuk Vektor dan Pembentukannya

Integral kurva dalam bentuk vektor dapat diekspresikan sebagai  $\mathbf{F} \cdot \mathbf{n}$  atau  $\mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}$ . . Dengan memahami cara komponen diekspresikan dalam bentuk vektor, siswa dapat meningkatkan pemahaman mereka dalam melakukan perhitungan yang lebih akurat terkait dengan teorema Green.

Dalam latihan dengan persegi empat, misalnya, siswa harus memahami bagaimana komponen vektor berinteraksi dengan luas yang akan dihitung. Mereka dapat, misalnya, mengubah setiap komponen vektor menjadi fungsi yang dapat diintegrasikan dengan mudah dalam batas yang diberikan, dan kemudian menghitung integral garis berdasarkan parameterisasi persegi empat yang diberikan (Monariska, 2019), (Subakti & Listiani, 2022; , (Silvia et al., 2020)



## **Aplikasi Teorema Green: Rotasi/Sirkulasi**

Rotasi atau sirkulasi sepanjang kurva merupakan aspek penting untuk memahami perilaku bidang vektor. Interpretasi sirkulasi tidak hanya memberikan informasi tentang jumlah rotasi medan sepanjang kurva, tetapi juga konteks fisik yang dapat diterapkan dalam berbagai disiplin ilmu (Gunawan & 'Adna, 2021; , Zahroh et al., 2022).

Perhitungan sirkulasi dapat dilakukan dengan prinsip yang sama seperti perhitungan fluks, namun dengan fokus pada bidang yang berputar. Contoh latihan dengan segitiga atau persegi harus diselesaikan dengan menyoroti kontribusi setiap sisi kurva terhadap sirkulasi total. Dengan menekankan proses ini, siswa dapat memahami hubungan antara bidang vektor dan sirkulasi sepanjang kurva (Monariska, 2019), Mutia, 2019).

## **Implikasi hasil**

Hasil penelitian memungkinkan kami untuk merumuskan beberapa rekomendasi untuk meningkatkan pemahaman siswa tentang Teorema Green. Salah satu rekomendasi yang berguna adalah penggunaan perangkat lunak grafis seperti GeoGebra untuk memudahkan visualisasi. Perangkat lunak semacam ini dapat membantu siswa menggambar kurva dan medan vektor serta memvisualisasikan hubungan antara integral garis dan integral area (Subakti & Listiani, 2022; Pauweni et al., 2022).

Latihan parametrisasi berulang dengan berbagai bentuk kurva juga diperlukan. Diskusi dalam kelompok kecil dapat membantu siswa memahami makna geometris Teorema Green dan mengembangkan pemahaman yang lebih dalam tentang bagaimana konsep-konsep ini berinteraksi dalam praktik (Neldiana & Harisman, 2025; Yetri et al., 2023).

## **KESIMPULAN**

Penelitian menunjukkan bahwa parametrisasi merupakan hambatan besar dalam memahami Teorema Green. Meskipun sebagian besar mahasiswa mampu mengikuti prosedur yang ada, jelas diperlukan pemahaman yang lebih mendalam tentang konsep-konsep tersebut untuk membantu mereka mengatasi tantangan (Monariska, 2019), (Silvia et al., 2020; . Melalui penyampaian yang lebih jelas dan penggunaan metode visual, pemahaman tentang Teorema Green diharapkan dapat ditingkatkan.

Saran untuk pengajar adalah mengintegrasikan sesi visualisasi dan sesi tanya jawab tentang konsep-konsep di awal materi kuliah. Hal ini bertujuan untuk membantu mahasiswa memahami konsep-konsep dasar dengan lebih baik sebelum melanjutkan ke perhitungan yang lebih kompleks (Silvia et al., 2020; Monariska, 2019). Peneliti masa depan disarankan untuk meningkatkan jumlah contoh dan variasi kurva yang digunakan, mulai dari lingkaran hingga elips, untuk mendapatkan gambaran yang lebih komprehensif tentang tantangan yang dihadapi mahasiswa saat mempelajari topik ini (Azizah et al., 2021; , Zahroh et al.,)

## **DAFTAR PUSTAKA**

Abdy, M., Side, S., & Rizal, M. (2019). Suatu kajian tentang lapangan kabur dan ruang vektor kabur. *Journal of Mathematics Computations and Statistics*, 1(1), 85. <https://doi.org/10.35580/jmathcos.v1i1.9182>



- Azizah, I., Amri, M., Ikashaum, F., & Mispani, M. (2021). Pengembangan modul kalkulus dengan pemanfaatan software geogebra. *JRPM (Jurnal Review Pembelajaran Matematika)*, 6(1), 13-23. <https://doi.org/10.15642/jrpm.2021.6.1.13-23>
- Gunawan, G. and 'Adna, S. (2021). Identifikasi kesalahan siswa kelas xii dalam menyelesaikan soal integral fungsi trigonometri berdasarkan watson's error category ditinjau dari perbedaan gender. *Math Locus Jurnal Riset Dan Inovasi Pendidikan Matematika*, 2(2), 74-87. <https://doi.org/10.31002/mathlocus.v2i2.2311>
- Monariska, E. (2019). Analisis kesulitan belajar mahasiswa pada materi integral. *Jurnal Analisa*, 5(1), 9-19. <https://doi.org/10.15575/ja.v5i1.4181>
- Mutia, M. (2019). Analisis kesulitan belajar matematika siswa smp kelas ix dalam memahami konsep tabung dan alternatif pemecahannya dengan pendekatan pemecahan masalah. *Jurnal Equation Teori Dan Penelitian Pendidikan Matematika*, 2(1), 1. <https://doi.org/10.29300/equation.v2i1.2305>
- Neldiana, R. and Harisman, Y. (2025). Peranan integral dan diferensial terhadap kalkulus. *Jurnal Cendekia Jurnal Pendidikan Matematika*, 9(1), 273-284. <https://doi.org/10.31004/cendekia.v9i1.3853>
- Novita, E. and Hamimi, L. (2024). Analisis kemampuan literasi matematis siswa smp pada materi teorema pythagoras. *Kognitif Jurnal Riset Hots Pendidikan Matematika*, 4(2). <https://doi.org/10.51574/kognitif.v4i2.1849>
- Pauweni, K., Uwange, D., Ismail, S., & Kobandaha, P. (2022). Peningkatan hasil belajar siswa pada materi teorema pythagoras menggunakan aplikasi geogebra di kelas viii smp negeri 15 gorontalo. *Jurnal Cendekia Jurnal Pendidikan Matematika*, 6(3), 2660-2672. <https://doi.org/10.31004/cendekia.v6i3.1547>
- Sandi, S., Mashadi, M., & Gemawati, S. (2018). Pengembangan teorema menelaus pada segilima. *Jurnal Mathematic Paedagogic*, 3(1), 57. <https://doi.org/10.36294/jmp.v3i1.311>
- Silvia, S., Fernandez, Y., & Limbong, Y. (2020). Hubungan hasil belajar kalkulus diferensial dan kalkulus integral terhadap hasil belajar kalkulus lanjut mahasiswa pendidikan matematika universitas sanata dharma. *Jurnal Sains Dan Edukasi Sains*, 3(2), 58-65. <https://doi.org/10.24246/juses.v3i2p58-65>
- Subakti, M. and Listiani, T. (2022). Penggunaan geogebra dalam mengembangkan kemampuan visual thinking matematis siswa pada pembelajaran matematika secara daring [using geogebra to develop students' mathematical visual thinking ability in online mathematics learning]. *Johme Journal of Holistic Mathematics Education*, 6(2), 157. <https://doi.org/10.19166/johme.v6i2.2823>
- Sungkono, J. and Wulandari, A. (2022). Pembelajaran teorema limit pusat melalui simulasi. *Absis Mathematics Education Journal*, 4(2), 69-76. <https://doi.org/10.32585/absis.v4i2.2520>
- Tonra, W. (2021). Pelatihan penggunaan geogebra untuk mata kuliah kalkulus pada materi luas daerah dan volume benda putar. *Jurnal Pengamas*, 4(2), 127-137. <https://doi.org/10.33387/pengamas.v4i2.2326>



- Utari, R. and Utami, A. (2019). Kemampuan pemahaman konsep mahasiswa dalam mengidentifikasi penyelesaian soal integral tak tentu dan tentu. *Jurnal Pendidikan Matematika*, 14(1), 39-50. <https://doi.org/10.22342/jpm.14.1.6820.39-50>
- Yetri, M., Andika, B., Azmi, Z., Boy, A., & Ishak, I. (2023). Sistem pakar dalam mendiagnosa rift valley fever phlebovirus domba menggunakan metode theorema bayes. *Journal of Science and Social Research*, 6(1), 31. <https://doi.org/10.54314/jssr.v6i1.1201>
- Zahroh, U., Hadi, S., Fatra, M., & In'am, A. (2022). Analisis kesulitan mahasiswa menyelesaikan soal integral di era pandemi covid-19. *Aksioma Jurnal Program Studi Pendidikan Matematika*, 11(4), 2678. <https://doi.org/10.24127/ajpm.v11i4.5161>